

## Билет 29

### Многоуровневая модель налоговой инспекции.

В базовой модели налоговой инспекции с учетом коррупции предполагалось, что инспекторы и налогоплательщики максимизируют ожидаемые доходы, проверка требует фиксированных издержек и всегда верно определяет категорию проверяемого агента. Однако инспектор, обнаруживший факт уклонения, может быть подкуплен пойманным субъектом. Величина взятки лежит между максимальной приемлемой для плательщика и минимальной приемлемой для инспектора. Для устранения коррупции руководство проводит ревизии: перепроверяет некоторых инспекторов и увольняет скрывших уклонение от уплаты налогов. Стратегия организации инспекции заключается в определении вероятностей проверок и ревизий при фиксированных затратах на одну проверку. Организатор инспекции максимизирует чистый налоговый доход.

*В модели предполагается способность центра контролировать фактическую частоту проверок без проведения ревизий. Также есть проблема возможной нехватки честных ревизоров.*

Для устранения различных ограничений используется иерархическая контролирующая структура (она и описана ниже), подавляющая коррупцию на всех уровнях с привлечением малого числа честных инспекторов. Предполагается, что в распоряжении организатора инспекции есть доверенные лица, которые проводят проверки на верхнем уровне и всегда проверяют правильно, но стоимость их работы очень высока. Также организатор может привлекать для проверок неограниченное кол-во рациональных инспекторов, готовых брать взятки, если им это выгодно. Организатор определяет кол-во уровней инспекции, вероятность проведения проверки каждым уровнем и зарплаты рациональных инспекторов.

#### Базовая модель. Формализация задачи.

- Рассматривается фиксированное число  $N$  агентов уровня 0 (налогоплательщиков).
- Для каждого из них определен возможный набор действий (налоговых платежей)  $T_0$ . Каждое действие  $t_0$  характеризуется затратами агента. Оптимальное с точки зрения инспекции действие  $t_0^*(I)$  зависит от значения некоторой случайной величины (дохода)  $I \in [I_{\min}, I_{\max}]$  (например,  $t_0^*(I)$  – заданное налоговое правило).  $t_0 \in [t_{\min}, t_{\max}]$ , где  $t_{\min} = t_0^*(I_{\min})$ ,  $t_{\max} = t_0^*(I_{\max})$ .
- Независимые и одинаково распределенные случайные величины  $I$  имеют функцию распределения  $F(I)$ , известную всем участникам инспекции.
- Для проведения инспекции могут использоваться 2 типа сотрудников:
  - доверенные лица лидера, издержки на проверку которыми очень высоки.
  - любое необходимое число рациональных инспекторов, максимизирующих свой ожидаемый доход с учетом зарплат, взяток и штрафов.
- Проблема контроля возникает в связи с тем, что конкретное значение случайного фактора  $I$  наблюдается только действующим на нижнем уровне агентом.

## Базовая модель. Задачи с фиксированными затратами и штрафами

Контролирующая иерархическая структура строится следующим образом:

- Инспекторы первого уровня проверяют агентов уровня 0 с вероятностью  $p_1(t_0)$ .
- Если проверка выявляет  $t_0 < t_0^*$ , то агент нулевого уровня выплачивает штраф  $f_0(t_0^*(I) - t_0(I))$ ,  $f_0 > 1$ .  
Стоимость одной проверки на этом уровне составляет  $c_1$ .
- Инспектор первого уровня может вступить в сговор с проверяемым агентом. Для предотвращения коррупции организуется проверка 2-го уровня.
- Вероятность проверки  $p_2(t_0, t_1)$  зависит от сообщений агентов уровней 0 и 1.
- ...
- На верхнем уровне  $k$  честными инспекторами осуществляется проверка с вероятностью  $p_k(t_0, t_1, \dots, t_{k-1})$ .
- Если проверка уровня  $l$  выявляет  $t_l > t_{l-1}$ , то все агенты нижестоящих уровней  $r$  ( $r = 0, 1, \dots, l - 1$ ) в этой цепочке проверок платят штраф  $f_r(t_l - t_{l-1})$ .

### Замечание 1

*В соответствии с нашим подходом, целью инспекции не является выявление коррупции (поскольку это сложно реализуемо и затратно). Вместо этого предлагается предотвратить отклонение от честного поведения на каждом уровне.*

Стратегия инспекции  $P$  включает:

- Количество уровней  $k$
- Вероятности проверок  $p_1(t_0), \dots, p_k(t_0, \dots, t_{k-1})$ .

Следующие параметры заданы экзогенно в этой модели:

- Штрафные коэффициенты  $f_0, \dots, f_{k-1}$
- Расходы на проверки  $c_1, \dots, c_k$ .

### Задача

Задача состоит в нахождении стратегии инспекции, подавляющей коррупцию и обеспечивающей правильные действия агентов нулевого уровня с минимальными издержками на проверки.

## Билет 30. Оптимальная стратегия проверок при фиксированных затратах на проверки и штрафах.

Рассматривается фиксированное число  $N$  агентов уровня 0 (налогоплательщиков). Для каждого из них определен возможный набор действий (налоговых платежей)  $T_0$ . Каждое действие  $t_0$  характеризуется затратами агента. Оптимальное с точки зрения инспекции действие  $t_0^*(I)$  зависит от значения некоторой случайной величины (дохода)  $I \in [I_{min}, I_{max}]$  (например,  $t_0^*(I)$  - заданное налоговое правило).  $t_0 \in [t_{min}, t_{max}]$ , где  $t_{min} = t_0^*(I_{min}), t_{max} = t_0^*(I_{max})$ .

Независимые и одинаково распределенные случайные величины  $I$  имеют функцию распределения  $F(I)$ , известную всем участникам инспекции. Для проведения инспекции могут использоваться 2 типа сотрудников:

доверенные лица лидера, издержки на проверку которыми очень высоки, любое необходимое число рациональных инспекторов, максимизирующих свой ожидаемый доход с учетом зарплат, взяток и штрафов.

Проблема контроля возникает в связи с тем, что конкретное значение случайного фактора  $I$  наблюдается только действующим на нижнем уровне агентом.

Контролирующая иерархическая структура строится следующим образом:

- Инспекторы первого уровня проверяют агентов уровня 0 с вероятностью  $p_1(t_0)$ ;
- Если проверка выявляет  $t_0 < t_0^*$ , то агент нулевого уровня выплачивает штраф  $f_0(t_0^*(I) - t_0(I))$ ,  $f_0 > 1$ . Стоимость одной проверки на этом уровне составляет  $c_1$ ;
- Инспектор первого уровня может вступить в сговор с проверяемым агентом. Для предотвращения коррупции организуется проверка 2 уровня;
- Вероятность проверки  $p_2(t_0, t_1)$  зависит от сообщений агентов уровней 0 и 1;
- ...;
- На верхнем уровне  $k$  честными инспекторами осуществляется проверка с вероятностью  $p_k(t_0, t_1, \dots, t_{k-1})$ ;
- Если проверка уровня  $l$  выявляет  $t_l > t_{l-1}$ , то все агенты нижестоящих уровней  $l$  в этой цепочке платят штраф  $f_r(t_l - t_{l-1})$ .

В связи с нашим подходом, целью инспекции не является выявление коррупции (это сложно реализуемо и затратно). Вместо этого предлагается предотвратить отклонение от честного поведения на каждом уровне.

Стратегия инспекции  $P$  включает:

количество уровней  $k$ , вероятности проверок  $p_1(t_0), \dots, p_k(t_0, t_1, \dots, t_{k-1})$ .

Следующие параметры заданы экзогенно в этой модели:

штрафные коэффициенты  $f_0, \dots, f_{k-1}$ , расходы на проверки  $c_1, \dots, c_k$ .

Задача состоит в нахождении стратегии инспекции, подавляющей коррупцию и обеспечивающей правильные действия агентов нулевого уровня с минимальными издержками на проверки.

Рассмотрим коалицию  $C_l$ , включающую некоторое количество агентов уровня 0 и инспекторов уровней  $1, \dots, l, l < k$ , проверяющих работу агентов из этой коалиции. Стратегия  $C_l$

задается функциями  $t_0(I), \dots, t_l(I)$ , определяющими сообщения уровней  $i=0, \dots, l$  в случае проверки какого-либо агента уровня 0 из этой коалиции.

**Определение.** Назовем стратегию P устойчивой к отклонению коалиции  $C_l$ , если суммарный выигрыш ее членов достигает максимума при честном поведении, т.е.:

$$t_0(I) = t_0^*(I), t_r(I) = t_0^*(I), r = 1, \dots, l,$$

при условии честного поведения агентов верхних уровней  $l+1, \dots, k-1$ .

Назовем стратегию P устойчивой к коалиционным отклонениям, если это условие выполнено для всех  $l=1, \dots, k-1$ .

При честном поведении ожидаемые затраты на одного агента составят:

$$\int_{I_{min}}^{I_{max}} (p_1(P, I)(c_1 + p_2(P, I)(c_2 + \dots + p_{k-1}(P, I)(c_{k-1} + p_k(P, I)c_k) \dots)) dF(I)$$

где  $p_i(P, I) = p_i(t_0^*(I), \dots, t_0^*(I))$ .

**Утверждение 1.** Оптимальные вероятности проверок в стратегии, устойчивой к коалиционным отклонениям, удовлетворяют условиям

$$p_1(t_0) = \hat{p}_1 = \frac{1}{f_0}, p_s(t_0, t_1, \dots, t_{s-1}) = \hat{p}_s = \frac{\sum_{i=0}^{s-2} f_i}{\sum_{i=0}^{s-2} f_i}$$

для любых  $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{s-1} < t_{max}$ ,  $s = 2, \dots, k$ .

Теперь для заданной стратегии P рассмотрим некооперативное СПР и определим условия существования СПР, соответствующего честному поведению на всех уровнях  $0, 1, \dots, k-1$ .

- Рассмотрим случай, когда на каждом уровне  $s \leq l-1$  отклонение уровня 0 не было полностью выявлено ( $t_{l-1} < t_0^*$ ).
- При каких условиях возможен взаимовыгодный сговор агентов уровней  $0, 1, \dots, l$ , если агенты верхних уровней действуют честно?

Сговор, выгодный для всех агентов  $0, 1, \dots, l$ , возможен, если для некоторых  $t_l \in [t_{l-1}, t_0^*(I)]$ ,  $b_{il} \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, l-1$  разрешима следующая система:

$$\begin{cases} p_{l+1}(t_0, \dots, t_l) * f_i * (t_0^*(I) - t_l) + b_{il} < f_i * (t_0^*(I) - t_l), i = 0, \dots, l-1, \\ \sum_{i < l} b_{il} - p_{l+1}(t_0, \dots, t_l) * f_l * (t_0^*(I) - t_l) > 0. \end{cases}$$

Здесь  $b_{il}$  - взятка, выплачиваемая агентом уровня  $i$  последнему проверяющему,  $t_l$  - его сообщение.

**Определение.** Если для любых  $I \in (I_{min}, I_{max}]$ ,  $l = 1, \dots, k-1$ ;  $t_0 \leq \dots \leq t_l < t_0^*(I)$  система несовместна, будем говорить, что стратегия P определяет СПР с честным поведением.

**Утверждение 2.** Стратегия Р определяет СПР с честным поведением тогда и только тогда, когда для любых  $t_0, \dots, t_{k-1} < t_{max}$  вероятности проверок удовлетворяют условию:

$$p_1(t_0) \geq \frac{1}{f_0}, p_2(t_0, t_1) \geq \frac{f_0}{f_0 + f_1}, p_s(t_0, t_1, \dots, t_{s-1}) \geq \frac{\sum_{i=0}^{s-2} f_i}{\sum_{i=0}^{s-1} f_i}, s = 2, \dots, k.$$

**Утверждение 3.** Оптимальная стратегия в классе СПР с честным поведением и оптимальная стратегия, устойчивая к коалиционным отклонениям, совпадают и удовлетворяют условию

$$p_1(t_0) = \hat{p}_1 = \frac{1}{f_0}, p_s(t_0, t_1, \dots, t_{s-1}) = \hat{p}_s = \frac{\sum_{i=0}^{s-2} f_i}{\sum_{i=0}^{s-1} f_i}$$

для любых  $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{s-1} < t_{max}, s = 2, \dots, k.$